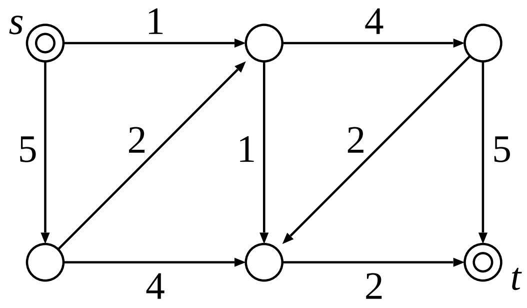
グラフ理論　　試験問題　　　　2003 年 7 月

1. フロー追加法によって, 下のネットワークの s から t への最大フロー, および s と t を分離する最小カットを求めよ. ただし, 枝に付された数字は容量である. なお, 計算過程も示すこと.



2. 各枝に非負の重みを持つ無向グラフが与えられたときに最小木を求めるアルゴリズム A を用いて以下の問題を解くにはどうすればよいか, 理由とともに答えよ.

   (a) 負の重みを持つ枝が存在するような無向グラフが与えられたときの最小木問題.

   (b) 最大木問題. すなわち, 枝の重みの総和が最大となる全域木を求める問題.

3. 各枝に非負の重みを持つ有向グラフと始点 s が与えられたときに s を始点 (根) とする最短路木を求めるアルゴリズム B があるとする. このアルゴリズム B を, 負の重みを持つ枝が存在する場合に適用したい. ただし, 負の重みの閉路 (閉路上の枝の重みの総和が負となる閉路) が存在すると, 最短路長が $-\infty$ に発散してしまうので, そのような閉路は存在しないものとする.

   (a) 問 2-(a) と同様のアイデアが利用できるか否かを理由とともに述べよ.

   (b) ある節点 $\tilde{s}$ から任意の節点への有向路が存在し, $\tilde{s}$ から節点 v への最短路長が $g^*(v)$ で与えられているとする. この情報を利用することでアルゴリズム B を適用できる. その方法と正当性を述べよ. (ヒント: 有向枝 (u, v) の枝長を $d(u, v)$ とするとき, $g^*(v) \leq g^*(u) + d(u, v)$ が任意の枝に対して成り立つことを利用せよ.)

   コメント: (b) のような変換は, 全点間の最短路長を求める場合などに有効である.

4. 講義や試験問題に対する意見・感想などを自由に書いてください.