

# アルゴリズム及び演習 第9回演習問題

小野 孝男\*

2007年6月18日

以下の問いに答えよ:

1. 空の2分探索木に, 以下のデータをこの順に挿入する:

7, 10, 4, 8, 3, 9, 6, 12, 1, 5.

最終的にできる2分探索木を示せ.

2. 高さ  $h$  の2分探索木  $T$  と  $T$  の要素ではない値  $x$  が与えられたときに, 「 $x$  より大きい  $T$  の要素からなる2分探索木」と「 $x$  より小さい  $T$  の要素からなる2分探索木」を  $O(h)$  時間で構成するアルゴリズムを与えよ.

3. (レポート課題)  $n$  頂点の2分木が何通りあるかを, 次のように数える:

(a)  $n$  頂点の2分木は  $b_n$  通りあるとする. ただし,  $b_0 = 1$  とおく. このとき,  $n \geq 1$  に対して

$$b_n = \sum_{k=0}^{n-1} b_k b_{n-1-k}$$

であることを示せ.

(b)  $b_n$  の母関数  $B(x)$  を

$$B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

で定義する.  $B(x) = xB(x)^2 + 1$  であることを示せ.

(c) (b) の結果より,  $B(x) = (1 - \sqrt{1-4x})/(2x)$  となる.  $f(x) = \sqrt{1+x}$  の McLaurin 展開

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{\binom{1}{2}^2 x^2}{2!} + \frac{\binom{1}{2}^2 \binom{3}{2} x^3}{3!} - \dots + (-1)^{k-1} \frac{\binom{1}{2}^2 \binom{3}{2} \dots \binom{2k-3}{2} x^k}{k!} + \dots$$

を用いて,  $b_n = \binom{2n}{n}/(n+1)$  であることを示せ.

---

\* ono@is.nagoya-u.ac.jp