

アルゴリズム及び演習 第 7 回演習問題

小野 孝男*

2007 年 6 月 4 日

以下の問いに答えよ:

1. クイックソートの partition において, 選ばれるピボットにより常に要素が $(1-\alpha):\alpha$ の比に分割される (つまり, n 個のデータからなる列に対して partition を実行すると, ピボットより小さなデータが $(1-\alpha)n$ 個, ピボットより大きなデータが αn 個である) と仮定する. α が定数であれば, n 個のデータに対するクイックソートの実行時間が $O(n \log n)$ となることを示せ.
2. 与えられた n 個のデータから, それらの最大値と最小値を求めたい. 高々 $3n/2$ 回の比較で十分であることを示せ.
3. (レポート課題) n 個のデータが与えられたときに, そのうち 2 番目に小さなデータを高々 $n + \lceil \log n \rceil$ 回の比較で求めるアルゴリズムを書け.
4. 比較に基づいてソートを行う場合, n 個のデータに対して少なくとも $\lceil \log(n!) \rceil$ 回の比較が必要である. 逆に, n を固定したときに「どのようなデータが与えられても高々 $\lceil \log(n!) \rceil$ 回の比較でソートを行うアルゴリズム」を考えてみたい.
 $n = 4$ に対しそのようなアルゴリズムを与えよ. また, $n = 5, 6$ についても考えてみよ.

* ono@is.nagoya-u.ac.jp