

アルゴリズム及び演習 第 1 回演習

小野 孝男*

2007 年 4 月 16 日

以下の問いに答えよ. 但し対数の底は 2 とする.

1. 以下のそれぞれの関数に対し $f_i(n) = O(g_i(n))$ と表記したい. 適切な $g_i(n)$ を, 最も簡単な形 (例: $2n + 1$ に対しては n) で示せ:

$$f_1(n) = 2n^2 - 3n + 1,$$

$$f_2(n) = (\log n)^2 \sqrt{n} + n,$$

$$f_3(n) = (5/4)^{n-1} - e^{-1/n}.$$

2. 以下の関数をオーダーの小さいものから順に並べよ:

$$n + 4, \quad (\log n)^3, \quad 3^{n+2}, \quad 0.1(n + 7) \log n, \quad 1.5n^2, \quad 2^{2n}, \quad \sqrt{n}.$$

3. 関数 $f(n), g(n), h(n)$ は $f(n) = O(g(n))$ かつ $g(n) = O(h(n))$ であるとする. このとき $f(n) = O(h(n))$ であることを証明せよ.
4. 2 つの関数 $f(n), g(n)$ は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

のとき, そしてそのときに限り $f(n) = o(g(n))$ であることを証明せよ.

5. 実数 x と非負整数 n が与えられたときに x^n を計算する, $O(\log n)$ 時間のアルゴリズム Δ `power(x, n)` を記述せよ.

* ono@is.nagoya-u.ac.jp