

# アルゴリズム及び演習 第 1 回 補足

小野 孝男

2007 年 4 月 16 日

5 のアルゴリズムを

```
procedure POWER( $x, n$ )  
  if  $n = 0$  then  
    return 1  
  else if  $n \bmod 2 = 0$  then  
    return POWER( $x, n/2$ )  $\times$  POWER( $x, n/2$ )  
  else  
    return POWER( $x, \lfloor n/2 \rfloor$ )  $\times$  POWER( $x, \lceil n/2 \rceil$ )  
  end if  
end procedure
```

のように書いている人がかなりいますが、これだと POWER を再帰的に 2 回呼び出すように解釈されてしまいます。その結果、全体での呼び出し回数は  $n$  回になります。ところが、 $n$  が偶数のときには同じ  $n/2$  に対して 2 回再帰呼び出しを行っているため、1 回だけ呼び出してその値を変数に記憶することにより 1 回の再帰呼び出しで十分です。また、 $n$  が奇数の場合でも  $\lceil n/2 \rceil = \lfloor n/2 \rfloor + 1$  であることを使えば再帰呼び出しを 1 回にすることができます。

気持ちの上では 1 回だけ呼び出すように思っているのかもしれませんが、そのことをきちんと表現するようにしてください。

なお、十分賢く「 $n$  が偶数のときに 1 回だけ呼び出す」と仮定しても、このアルゴリズムではやはり  $O(\log n)$  時間にはなりません。なぜなら、 $n$  が奇数のときには  $\lfloor n/2 \rfloor \neq \lceil n/2 \rceil$  なので、2 つの再帰呼び出しをまとめることができないからです。その結果、特に  $n = 2^k - 1$  と書けるときに計算時間が必要となり、 $O((\log n)^2)$  時間になります。